

No presente número é apresentado um só trabalho nesta secção, o que decorre da própria dimensão do mesmo.

Trata-se de uma abordagem algo teorizante sobre o crescimento, mas fundamental para quem pretende estudar este fenómeno de importância capital nos domínios da produção animal.

Considerando que o texto apresentado é precedido por uma introdução bastante clara, não se encontram razões que justifiquem a nossa usual intervenção na elaboração de um comentário resumo respeitante ao artigo.

Artur E. Figueiredo Nunes
Coordenador da Secção

Trabalho de:

R. Nuno P. Carolino *
Luis T. Gama *

1 - Introdução

A análise do crescimento corporal apresenta grande importância em diversas áreas da Produção Animal, devido ao seu significado biológico, aos seus efeitos ao longo da vida produtiva e à possível existência de relações genéticas e fenotípicas das diversas características do crescimento com medidas de eficiência produtiva.

O crescimento das espécies zootécnicas, quando analisado, pode caracterizar-se de dois modos diferentes, embora relacionados. Por um lado, refere-se ao aumento de peso em função da idade, designado por crescimento absoluto, global, ponderal ou quantitativo. Por outro lado, refere-se às alterações da proporção dos vários componentes corporais, resultante do crescimento diferencial dos tecidos e é habitualmente designado por crescimento relativo, diferencial ou qualitativo. Quando o crescimento de um determinado tecido é expresso proporcionalmente ao crescimento corporal, designa-se por crescimento alométrico.

O crescimento corporal baseia-se, em processos de hiperplasia, hipertrofia e diferenciação celular e, para efeitos de análise quantitativa, o crescimento é definido como uma mudança irreversível na dimensão medida (Brody, 1945). O termo irreversível é utilizado para excluir as flutuações de natureza ambiental, como por exemplo, os efeitos do clima ou as deficiências alimentares. O crescimento corporal pode normalmente ser representado sob a forma de uma curva, que reflecte as relações ao longo do tempo entre os impulsos inerentes a cada animal para o crescimento e maturação (resultantes, entre outros factores, do seu potencial genético), e o ambiente em que esses impulsos são expressos (constituído pela quantidade e qualidade dos alimentos consumidos, esforço dispendido no consumo desses alimentos, temperatura ambiental, etc.).

As necessidades nutricionais de um indivíduo em qualquer fase da sua vida são função do respectivo peso que, por sua vez, é fortemente determinado pelo peso que virá a ser atingido à maturidade (ou funções do mesmo) nos *input's* necessários a qualquer produção e, conseqüentemente, na eficiência global do sistema.

Análise do Crescimento nas Espécies Pecuárias

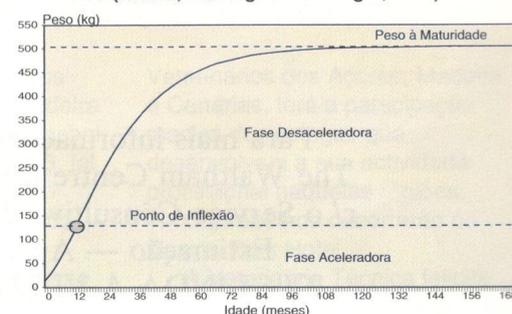
Neste trabalho, propomo-nos rever e analisar os principais modelos que descrevem o crescimento quantitativo em espécies pecuárias, avaliando as suas potenciais aplicações e limitações, no que diz respeito quer à interpretação biológica dos parâmetros respectivos, quer ao ajustamento da curva e dificuldades computacionais de cada modelo em condições práticas.

2 - Curvas de Crescimento

O termo curva de crescimento, usualmente transmite a imagem de uma curva sigmoide (Fig. 1) que contém uma sequência de medidas (pesos, alturas, perímetros, etc.) relacionadas com a idade. Esta curva sigmoide aplica-se na generalidade a todas as espécies animais, à excepção possivelmente da espécie humana, que tem a particularidade de apresentar um período juvenil bastante longo, em que há um segundo pico de crescimento próximo da puberdade (Brody, 1945; Johnson e Everitt, 1988).

A curva sigmoide apresenta duas fases claramente distintas, uma aceleradora na qual a velocidade de crescimento aumenta exponencialmente, e outra retardadora, na qual a velocidade de crescimento diminui à medida que o animal tende para a sua maturidade, isto é, o ponto em que a curva atinge o valor assintótico. O ponto de inflexão corresponde à transição de uma fase para a outra e indica o momento em que a velocidade de crescimento é máxima.

Fig. 1 - Curva de crescimento em bovinos Hereford (Brown, Fritzhugh e Cartwright, 1976)



* - Instituto Protecção Produção Agro-Alimentar
R. Vitor Cordon - 1200 LISBOA

ento Corporal árias

O crescimento de um indivíduo é frequentemente caracterizado de forma simplificada pela sua taxa de crescimento, que pode apresentar diversas expressões alternativas:

- Taxa de crescimento médio absoluto

$$(TCMA) = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \quad (1)$$

- Taxa de crescimento médio relativo

$$(TCMR) = \frac{y_2 - y_1}{y_2} \quad (2)$$

- Taxa de crescimento absoluto instantâneo

$$(TCAI) = dy / dt \quad (3)$$

- Taxa de crescimento relativo

$$(TCR) = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{t_2 - t_1} \quad (4)$$

sendo (4) considerado um razoável indicador da taxa de maturação e frequentemente aproximado por:

$$\frac{2TCMA}{y_1 + y_2} \quad (\text{Fitzhugh, 1976})$$

em que y_1 e y_2 são os pesos nas idades t_1 e t_2 respectivamente, e dy/dt é a derivada do peso em relação à idade.

Ainda que a aproximação linear do crescimento (pressuposta em (1) e (4)) seja razoável quando o grau de maturidade está compreendido entre .1 e .5 (Taylor, 1989) a relação total entre o peso e a idade é claramente não linear (Fig. 1), pelo que as expressões (1) e (4) são insuficientes para descrever o crescimento de um indivíduo. Além disso, há uma distinção clara entre velocidade de crescimento e velocidade de maturação, já que esta depende da primeira bem como do peso adulto. Houve, por isso, necessidade de integrar os vários conceitos numa expressão única, isto é, um modelo de crescimento.

Se o objectivo de um modelo matemático de crescimento for um ajustamento o mais

perfeito possível aos pesos sucessivos de um indivíduo ao longo do tempo, um conjunto de N pesagens pode perfeitamente ser descrito por um polinómio do grau $(n-1)$. Ainda que o ajustamento seja perfeito, os parâmetros obtidos não têm interpretação biológica clara, pelo que a sua aplicação em produção animal é de interesse limitado.

A publicação de "Bioenergetics and Growth" (Brody, 1945) veio, pela primeira vez, sistematizar os conhecimentos até então existentes sobre o crescimento nas espécies pecuárias, permitindo uma clarificação dos mecanismos envolvidos e propondo uma teoria unificada da qual vieram a derivar diversos modelos desde então propostos para descrever o crescimento quantitativo.

Os principais modelos de crescimento de utilização corrente nas espécies pecuárias encontram-se sumarizados no Quadro 1, bem como as correspondentes taxas de crescimento instantâneas e pontos de inflexão (quando estes existem no modelo considerado) e a sua aplicação aos pesos sucessivos de um bovino encontra-se exemplificada na Fig. 2. Como se verifica no Quadro 1, o modelo de Richards é um modelo geral, do qual os outros modelos (à excepção do modelo de Gompertz) são casos específicos.

Será de referir que, no modelo de Brody, uma curva do tipo Ae^{kt} pode ser usada para descrever a fase do crescimento anterior ao ponto de inflexão. Contudo, como na prática o ponto de inflexão não é observado ou é observado muito cedo, a maioria dos trabalhos de investigação que têm utilizado o modelo de Brody, apenas têm usado a sua fase pós-inflexão, tal como se encontra no Quadro 1.

Todos os modelos de crescimento apresentados têm a característica de serem intrinsecamente não lineares, requerendo portanto uma solução por métodos iterativos visando a minimização da soma dos quadrados dos desvios entre os pesos observados e os estimados pela curva. Isto constituiu um factor limitante à sua utilização até que a disponibilidade de meios informáticos em anos recentes tornou possível a obtenção mais rápida de soluções, ainda que com grau de dificuldade variável de modelo para modelo. Refira-se, a propósito, que diversos programas estatísticos de utilização corrente incluem já a possibilidade de utilização de modelos não lineares, que podem ser vantajosamente utilizados na análise do crescimento. \square

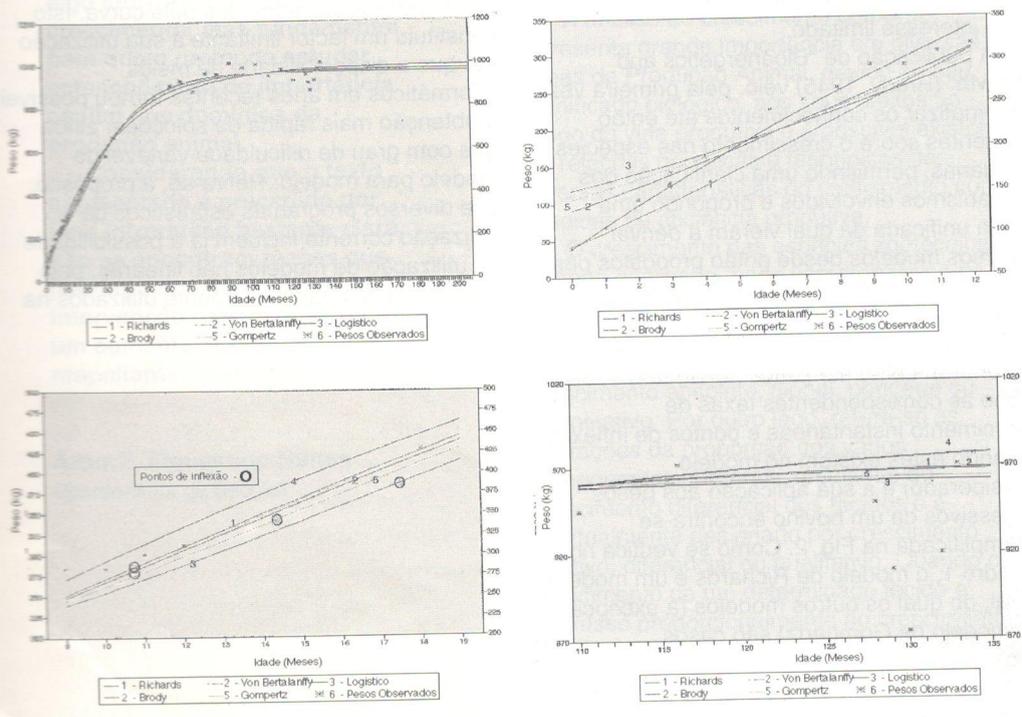
Quadro 1 - Modelos de Crescimento e Principais Parâmetros (a)

Modelo	Equação $y_t =$	Taxa de Crescimento dy/dt	Ponto de Inflexão
Gompertz (1825)	$A \exp(-Be^{-kt})$	$ky_t Be^{-kt}$.368A
Logístico (b)	$A(1+e^{-kt})^{-M}$	$M ky_t (e^{-kt}/1+e^{-kt})$	$A/(M+1)^M$
Brody (1945)	$A(1-Be^{-kt})$	$ky_t (Be^{-kt}/1-Be^{-kt})$	-
von Bertalanffy (1957)	$A(1-Be^{-kt})^3$	$3ky_t (Be^{-kt}/1-Be^{-kt})$.296A
Richards (1959)	$A(1-Be^{-kt})^M$	$Mky_t (Be^{-kt}/1-Be^{-kt})$	$A(M-1/M)^M$

(a) - y_t - Peso à idade t ; A, B, k e M são parâmetros calculados por ajustamento e - Constante de Neper ou base dos logaritmos naturais (2,718)

(b) - Modelo generalizado da equação Logística (Nelder, 1961)

Fig. 2 - Ajustamentos para o crescimento corporal de um bovino, durante toda a vida e para 3 fases específicas: nascimento-1 ano, próximo do ponto de inflexão e à maturidade



3 - Definição dos parâmetros das curvas de crescimento

Cada um dos modelos fornece uma estimativa dos diversos parâmetros que caracterizam o crescimento de um dado indivíduo.

- A (PESO À MATURIDADE) - Em termos matemáticos, o Peso Médio à Maturidade é o ponto em que a curva atinge o seu valor assintótico, ou seja, quando a idade (t) tende para infinito (ver Fig. 1). O Peso à Maturidade indica o peso de um animal adulto, independentemente das variações temporárias do peso devido aos efeitos do clima, alimentação ou estado fisiológico (gestação ou lactação) e depende da espécie, idade, raça, sexo, estado patológico, efeito permanente da alimentação, etc. Quer isto dizer que A não é o peso máximo do indivíduo, mas antes o seu peso médio depois de ter atingido a maturidade, à volta do qual existem flutuações devidas ao estado fisiológico, alimentação, etc.

- K (TAXA DE MATURAÇÃO) - Representa a velocidade com que um indivíduo tende para o seu peso adulto, sendo função da taxa de crescimento absoluto instantâneo e do peso adulto. Por isso, pode também ser designada por TAXA DE CRESCIMENTO RELATIVO INSTANTÂNEO. Quando multiplicada por 100, é denominada TAXA DE MATURAÇÃO PERCENTUAL (100k).

No modelo de Brody para a fase pós-inflexão, a taxa de crescimento relativo instantâneo ou taxa de maturação (k) significa que a taxa de crescimento diminui gradualmente ao longo do tempo a uma taxa proporcional constante de k (ou à taxa percentual constante de 100k), o que pode ser expresso matematicamente como:

$$k = \frac{(dy_0 / dt_0) - (dy_1 / dt_1)}{dy_0 / dt_0} \quad (5)$$

em que dy_0/dt_0 e dy_1/dt_1 são derivadas do peso em relação ao tempo nos períodos t_0 e t_1 , respectivamente.

Isto quer dizer que se, por exemplo, os aumentos de peso mensais de um bovino, entre os 6 e 12 meses de idade são, respectivamente, de 24.9, 24.2, 23.4, 22.7, 22.0 e 21.3 Kg, a taxa de maturação será:

$$k = \frac{24,9-24,2}{24,9} = \frac{24,2-23,4}{24,2} = \frac{23,4-22,7}{23,4} = \frac{22,7-22}{22,7} = \frac{22-21,3}{22} = 0.031$$

O valor 0.031 (ou 3.1%) significa que a taxa de crescimento mensal diminui a uma taxa percentual constante de 3.1% ao mês. A persistência do crescimento (p) corresponde então a (1-k), e no exemplo anterior será de:

$$\frac{24,2}{24,9} = \frac{23,4}{24,2} = \frac{22,7}{23,4} = \frac{22,0}{22,7} = \frac{21,3}{22,0} = 0.969 \text{ ou } 96.9\% / \text{mês}$$

Por outro lado, k representa também o aumento de peso observado expresso como proporção do peso que falta para atingir a maturidade, quando o tempo (por exemplo meses) varia de uma unidade. Matematicamente, isto pode ser expresso como:

$$k = \frac{dy_1/dt_1}{A-y_0} \quad (6)$$

em que y_1 representa peso no período t_1 . Neste caso, se o indivíduo tem, por exemplo, 270 kg aos 7 meses de idade, cresce 24.2 kg entre os 7 e os 8 meses, e o seu peso à maturidade é de 1050 Kg, então:

$$k = \frac{24.2}{1050-270} = 0.031$$

Isto é, o peso ganho entre os 7 e os 8 meses corresponde a 3.1% da diferença entre o peso à maturidade e o peso do indivíduo aos 7 meses.

Ainda que as definições de k nas equações 5 e 6 possam parecer independentes, exprimem na realidade o mesmo processo, e a sua equivalência é demonstrada no Apêndice.

Nos modelos de Richards e Logístico o valor de k varia em função do parâmetro M . Contudo em todos os modelos, k corresponde essencialmente à definição apresentada anteriormente para o caso do modelo de Brody, de tal forma que valores elevados de k indicam animais com maturação precoce, isto é, animais que tendem rapidamente para o seu peso à maturidade, e valores baixos de k indicam animais com maturação tardia ou que tendem para a maturidade mais lentamente.

- B (Ajustamento para o peso ao nascimento) - Corresponde à proporção do peso à maturidade que é ganha a partir do nascimento. Na prática, representa uma constante de integração que ajusta os pesos desde a concepção até à maturidade, já que normalmente só estão disponíveis pesos a partir do nascimento. No modelo de Brody o peso ao nascimento pode ser estimado (PNE) a partir da expressão $PNE = A(1-B)$. Quer isto dizer que se, por exemplo, $B = 0.945$, o peso estimado ao nascimento corresponde a $1 - 0.945 = 0.055$ ou 5.5% do peso à maturidade. Necessariamente, o valor de B deverá ser menor que 1, ainda que nada no próprio modelo force que assim seja.

- M (Parâmetro de Inflexão) - Representado por M nos modelos de Richards e Logístico, tem um valor variável e determina o Peso e o grau de Maturidade no ponto de inflexão das curvas. No modelo de von Bertalanffy $M=3$, apresentando a curva um ponto de inflexão fixo em relação a "A", enquanto no modelo de Brody $M=1$, o que significa que não há ponto de inflexão.

- PI (Ponto de Inflexão) - Caracteriza a passagem da fase aceleradora para a fase desaceleradora do crescimento, e corresponde ao momento em que a taxa de crescimento é máxima. A forma algébrica de PI é apresentada no Quadro 1, para todos os modelos excepto para o modelo de Brody, que não tem ponto de inflexão. Os modelos de Richards e Logístico têm pontos de inflexão variáveis (função de M), enquanto os modelos de Gompertz e de von Bertalanffy têm pontos fixos relativamente a "A", que correspondem num e noutro caso, respectivamente a cerca de 37% e 30% do peso à maturidade.

4 - Interpretação biológica dos parâmetros

A comparação do peso corporal entre indivíduos de diferentes espécies, diferentes raças ou até da mesma raça, pode ser de difícil interpretação biológica. Por exemplo, uma fêmea bovina com 350 Kg corresponde sensivelmente a uma vaca adulta se a raça considerada for a Barrosã, ou uma novilha com 50% do peso adulto se a raça considerada for a Alentejana. Como é evidente, comparações entre estas duas fêmeas, por exemplo em termos de composição corporal ou necessidades energéticas, são de utilidade questionável, dadas as diferenças existentes nas percentagens dos respectivos pesos à maturidade. Taylor (1982) propôs a utilização do peso à maturidade (A) ou funções de A como a melhor forma de estabelecer comparações de pesos entre indivíduos.

O peso à maturidade (ou funções do mesmo) tem influência decisiva em variadíssimos parâmetros fisiológicos, pelo que o seu conhecimento tão preciso quanto possível é de grande importância quando se pretendem estabelecer comparações entre animais, existindo contudo sempre alguma imprecisão na estimativa de A para um dado animal, devido às inevitáveis flutuações de peso após atingida a maturidade. No entanto, esta imprecisão é seguramente menor que a observada, por exemplo, para a taxa de maturação e diversas alternativas têm sido propostas para minimizar o impacto de efeitos ambientais transitórios na estimativa de A . Com este objectivo, A é obtido na prática por pesagens repetidas de animais adultos, o que no caso dos bovinos corresponde a animais com mais de 4,5 (Morrow *et al.*, 1978) ou 6 anos de idade (Smith *et al.*, 1976). Diversos autores têm também efectuado ajustamentos quer para a condição corporal (Stewart e Martin, 1981; Nadarajah *et al.*, 1985), quer para uma percentagem de gordura corporal que varia entre os 15% e os 25% (Sanders e Cartwright, 1979; Taylor, 1985).

Brody (1945) demonstrou que as necessidades energéticas e proteicas, bem como a ingestão alimentar, são proporcionais a $A^{0.73}$ (isto é, o coeficiente de regressão linear

do logaritmo daquelas variáveis no logaritmo do peso à maturidade é de .73), tendo estes princípios sido desde então aplicados ao cálculo das necessidades alimentares de várias espécies pecuárias (McDonald *et al.*, 1986).

Como referido anteriormente, a taxa de maturação (k) representa a velocidade com que um indivíduo tende para a maturidade e o peso adulto, de forma que k é mais elevada em indivíduos que tendem rapidamente para a maturidade. Ainda que com pequenas diferenças, dependendo da existência ou não do ponto de inflexão (Quadro 1), a taxa de maturação é utilizada em todos os modelos de curvas de crescimento. Contudo, quando estes modelos pressupõem que k é constante ao longo do crescimento do indivíduo, o que automaticamente torna a curva mais suave ocultando desvios em relação aos valores esperados que poderão ter importância biológica. Para ultrapassar este potencial inconveniente, e dado que k é estimado com precisão não muito elevada, Fitzhugh e Taylor (1971) propuseram a utilização do grau de maturidade (μ) como termo de comparação entre indivíduos como alternativa à utilização da taxa de maturação. Neste caso, o peso a qualquer idade (y_t) pode ser expresso em função do grau de maturidade a essa idade (μ_t) e do respectivo peso à maturidade (A) como:

$$y_t = \mu_t A \quad (7)$$

ou, em forma linear:

$$\ln y_t = \ln \mu_t + \ln A$$

Consequentemente, o peso de um indivíduo a qualquer idade t é função do seu peso adulto e do respectivo grau de maturidade. O tempo (t_{ui}) necessário para atingir um dado grau de maturidade permite definir um indivíduo como sendo de maturação precoce ou tardia por comparação com a idade média da população em que esse grau de maturidade é atingido (t_{up}). Assim, o indivíduo é de maturação precoce se $t_{ui} < t_{up}$ e de maturação tardia se $t_{ui} > t_{up}$.

O peso corporal de um indivíduo em qualquer idade pode então ser expresso em função do seu GRAU DE MATURIDADE (μ_t), que é definido como a proporção do peso adulto atingido nessa idade (Fitzhugh e Taylor, 1971):

$$\mu_t = \frac{y_t}{A} \quad (7)$$

Em comparações à mesma idade, um indivíduo com um valor elevado de μ_t será mais precoce ou fisiologicamente mais maduro. A título de exemplo, suponhamos que o indivíduo X teve pesos aos 6 meses e à maturidade de 250 e 880 Kg, respectivamente, e que os valores correspondentes para o indivíduo Y foram de 275 e 1200 kg. Consequentemente, o grau de maturidade atingido aos 6 meses foi de .284 para X e de .229 para Y, donde se conclui que aos 6 meses X foi mais precoce que Y, ainda que menos pesado.

Taylor (1965, 1980, 1982) demonstrou que, para um dado genótipo, quase todas as variáveis fisiológicas dependentes do tempo (por exemplo, duração da vida, tempo para atingir a maturidade, etc.) são proporcionais a $A_i^{.27}$, em que A_i é o peso à maturidade do genótipo i . Consequentemente, o mesmo autor propôs a definição da idade metabólica (θ_i) para um dado genótipo que permite a expressão da idade cronológica (t_i) em função do peso à maturidade:

$$\theta_i = \frac{t_i}{A_i^{.27}} \quad (8)$$

Nestas condições e dado que t_i é contado a partir do momento em que a fertilização se dá, os vários acontecimentos na vida de um animal de qualquer espécie ou raça ocorrem sensivelmente à mesma idade metabólica (implantação: 4 dias; nascimento: 50 dias; maturidade sexual: 120 dias; acabamento: 440 dias), ainda que haja variações importantes à volta dos valores esperados (Taylor, 1982). Há, no entanto, caracteres cuja relação com a idade metabólica não é constante para as várias espécies. Assim, a evolução do grau de maturidade (μ) em função da idade metabólica difere consideravelmente entre espécies, pelo que comparações à mesma idade metabólica são automaticamente comparações a graus de maturidade diferentes. Como é de esperar, quando o grau de maturidade aumenta a partir do ponto de inflexão, o nível de ingestão aumenta e a eficiência alimentar diminui. Globalmente, quando se consideram as necessidades de manutenção da mãe e filho e de crescimento do último, a eficiência

energética da produção de bovinos de carne é maximizada quando a descendência é abatida com um grau de maturidade compreendido entre 0.6 e 0.7 (Taylor, 1982).

Os modelos de crescimento permitem o relacionamento entre os conceitos grau de maturidade (μ) e idade metabólica (θ), sendo esta relação, para os modelos de Brody e de Richards apresentada, respectivamente, nas equações (9) e (10):

$$\mu = 1 - Be^{-k\theta A^{.27}} \quad (9) \quad \mu = (1 - Be^{-k\theta A^{.27}})^M \quad (10)$$

Resumidamente, caracteres do animal que são função do tempo (idade à maturidade, duração da lactação, duração da vida produtiva, etc.) são proporcionais a $A^{.27}$, enquanto que caracteres relacionados com o metabolismo do animal (necessidades energéticas e proteicas, capacidade de ingestão, metabolismo basal, etc.) são função de $A^{.73}$.

5 - Escolha do modelo de crescimento

A utilização de curvas de crescimento tem objectivos descritivos, porque toda a informação contida na sequência de pontos que relaciona o peso com a idade é consolidada em apenas alguns parâmetros (A , k e PI), e preditivos, porque fornece todo um conjunto de informação a qualquer idade (necessidades alimentares, produção de calor, etc., Fitzhugh, 1976).

As correlações entre diferentes características do peso corporal do mesmo indivíduo à mesma ou diferentes idades tendem a ser altas (Brinks *et al.*, 1964, Taylor e Graig, 1965, Brown *et al.*, 1973 e Brown *et al.*, 1976), pelo que o parâmetro peso à maturidade ou funções do peso à maturidade são razoáveis indicadores de importantes características produtivas, como a prolificidade, taxa de crescimento, produção leiteira, peso óptimo de abate, eficiência económica, etc. (Taylor, 1971; Dickerson, 1984).

Todos os modelos de crescimento utilizam, directa ou indirectamente, parâmetros de significado biológico relevante (A e k), mas apresentam diferente grau de dificuldade de resolução, dependente do número e regularidade com que os dados se obtêm. Os algoritmos de resolução envolvem processos iterativos que são bastante sensíveis ao tipo de dados, podendo ou não apresentar convergência para uma solução ou, ainda que matematicamente correcta, as estimativas dos parâmetros podem corresponder a valores biologicamente

impossíveis. O grau de ajustamento da curva obtida a partir de cada modelo pode ser avaliado pela média dos coeficientes de determinação ou das variâncias residuais, com parâmetros obtidos da aplicação de vários modelos a cada animal. Outro critério de interesse na comparação de modelos é a facilidade de convergência, avaliada pela proporção de convergências obtidas, ou pelo número médio de iterações necessário à obtenção de convergência. Da conjugação destes dois critérios resulta a escolha de um modelo como o mais adequado para determinado grupo de dados.

No Quadro 2 encontra-se sintetizada a preferência relativa dada por diversos autores a cada um dos modelos não lineares de crescimento, quando vários modelos foram testados na mesma base de dados. Como é claro neste quadro, não há um modelo único que se possa considerar como o mais adequado para todas as circunstâncias, dependendo a escolha do tipo e frequência com que os dados foram recolhidos (Fitzhugh, 1976).

Brown *et al.* (1976) verificaram que todos os modelos descrevem pior o crescimento a idades novas do que a idades mais avançadas. Na análise comparativa realizada por este autor, os modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy sobrestimaram os pesos a idades jovens, enquanto o modelo de Brody subestimou os pesos antes dos 6 meses. Contudo, este modelo apresentou-se como o mais adequado para idades superiores aos 6 meses. O modelo de Richards fornece um bom ajustamento para todas as idades, mas apresenta grandes dificuldades de convergência, tal como o modelo Logístico. Denise e Brinks, (1985) constataram que o modelo de Richards necessita em média mais 1.48 iterações/convergência do que o modelo de Brody, sendo portanto de resolução mais lenta. Estes autores verificaram ainda que, ao utilizar o modelo de Richards, o ponto de inflexão ocorre ao 2º dia de vida, pelo que perde todo o seu significado biológico (maturidade sexual), sugerindo como alternativa a utilização do modelo de Brody para animais com mais de 30% do Peso à Maturidade. Lopez de Torre *et al.* (1992) apontam os modelos de von Bertalanffy e de Brody como os mais apropriados, não apresentando dificuldades de resolução, enquanto o modelo de Richards foi utilizado com grandes dificuldades de convergência. Eisen (1976), num trabalho efectuado com ratos, escolheu o modelo Logístico,

Quadro 2 - Modelos escolhidos por diferentes autores

Referência	Brody	Logisti.	Bertal.	Richar.	Gomper.
Brown <i>et al.</i> , (1976) (1)	1º	5º (3)	3º	2º	4º
Brown <i>et al.</i> , (1976) (2)	3º	5º (3)	2º	1º	4º
Denise e Brinks, (1985)	2º	-	-	1º	-
L.Torre <i>et al.</i> , (1992)	2º	-	1º	3º	-
Eisen, (1976)	-	1º	-	-	-
Nadarajah <i>et al.</i> , (1985)	1º	-	-	2º	-
Krieter, (1987)	1º	2º	1º	-	1º
Jenkins <i>et al.</i> , (1987)	1º	-	-	-	-

(1) - Ensaio realizado em Lufkin

(2) - Ensaio realizado em Tyler

(3) - Modelo de crescimento obtido a partir da equação Logística

apontando-o como o de maior facilidade de convergência, ao contrário do modelo de Richards.

Haverá que mencionar que as correlações entre estimativas de parâmetros obtidos pela utilização de diferentes modelos nem sempre são muito elevadas (Fitzhugh, 1976), já que uns modelos são mais sensíveis que outros a flutuações ou ausência de pesagens em determinadas fases da vida (por exemplo, após a maturidade). Como referido anteriormente, o melhor modelo a utilizar depende do tipo e frequência com que os dados são recolhidos, sendo a sua escolha determinante nas estimativas de parâmetros como k, PI ou A.

5.1 - APLICAÇÃO PRÁTICA

Em trabalho realizado na Direcção Geral da Pecuária com registos recolhidos na então Estação de Selecção e Reprodução do Alto Alentejo num período de quase 50 anos, incluindo pesagens sucessivas de 185 Machos e 492 Fêmeas da raça bovina Alentejana, foram testados os modelos de Brody, von Bertalanffy, Richards e Logístico.

Os pesos sucessivos de cada animal foram analisados pela utilização de cada um dos modelos, recorrendo ao PROC NLIN do "Statistical Analysis System" (SAS Institute, 1985) sendo o processo de optimização pelo método da secante (DUD). O número máximo de iterações tolerado por animal e por modelo foi de 50, considerando-se que tinha havido convergência quando a soma dos quadrados residuais variou menos que 10^{-8} . O número de

Richards e Logístico apenas se analisaram dados dos machos, já que se verificaram grandes dificuldades, quer em tempo de resolução, quer em dados que não convergiam (convergência de apenas 37.3% e 9.7% dos machos nos modelos de Richards e Logístico respectivamente), provavelmente devido à dificuldade adicional de estimar o ponto de inflexão quando o número de pesagens próximas deste era insuficiente. Nestas condições, optou-se por não utilizar estes modelos nos dados provenientes de fêmeas.

A título de exemplo, na Figura 2 estão apresentados os ajustamentos fornecidos pelos 5 modelos durante toda a vida e com maior detalhe em 3 fases específicas do crescimento de um macho Alentejano nascido em 1962: do nascimento a 1 ano, próximo do ponto de inflexão (excepto para o modelo Brody) e à Maturidade. 

Quadro 3 - Precisão do Ajustamento e Número de Convergências

Modelo de Crescimento	Número de Convergências (a)		Média dos Quadrados médios Residuais
	Machos	Fêmeas	
Brody	104	378	1626
von Bertalanffy	98	388	1705
Richards	68	-	1679
Logístico	18	-	3164

(a) - Admitindo um máximo de 50 iterações por animal.

(b) - Cálculados a partir da expressão:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^t (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2 / \sum_{j=1}^N (t_j - p)$$

y_{ij} = i-ésimo peso do j-ésimo animal
 N = nº animais
 p = nº parâmetros ajustados
 t = nº pesos do j-ésimo animal

convergências obtidas, médias dos quadrados residuais (isto é, média para os vários animais da média dos quadrados dos desvios entre os pesos observados e os esperados) encontram-se sumarizados no Quadro 3. Como se verifica neste quadro, os modelos de Brody e von Bertalanffy apresentaram muito melhor convergência que os outros dois modelos, ainda que nos dois primeiros não houvesse convergência em quase 50% dos machos e 20% das fêmeas, correspondentes na maioria dos casos a indivíduos que ainda não tinham atingido o valor assintótico do peso à maturidade. Com os modelos de

No caso deste animal, os modelos de von Bertalanffy, Gompertz e Logístico sobrevalorizaram o peso ao nascimento, enquanto os modelos de Richards e de Brody estimaram valores próximos dos valores observados. A partir dos 5 meses de idade, todos os modelos, com excepção do de Brody, subestimaram os pesos verificados. A idade a que se verifica o ponto de inflexão foi semelhante quando calculada através dos modelos de Richards e de von Bertalanffy (11 meses), mas mais tardia para os modelos de Gompertz (14 meses) e Logístico (17 meses). Para esta fase, o modelo de Brody parece-nos oferecer o melhor ajustamento apesar de não estimar o ponto de inflexão. O peso estimado à maturidade para este animal a partir dos 5 modelos apenas variou cerca de 3% entre as várias estimativas, obtendo-se o valor mais elevado com o modelo de Brody.

Para o grupo de dados em que incidiu esta análise, os modelos de Brody e von Bertalanffy foram os mais adequados pela eficiência e rapidez de convergência, e por serem aqueles que apresentaram menores quadrados médios residuais. Dado que o modelo de Brody é de mais fácil aplicação e interpretação, e convergiu um pouco mais rapidamente que o de von Bertalanffy, julgamo-lo como o mais indicado para este grupo de dados.

6 - Alteração da forma das curvas de crescimento

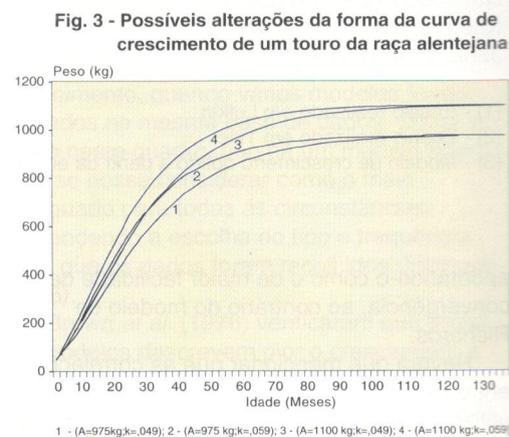
Fitzhugh (1976), entre outros autores, aponta as seguintes razões possíveis para se alterar a forma da curva de crescimento:

- Obtenção de animais com maior eficiência alimentar, maior taxa de crescimento e menor peso à maturidade, diminuindo os custos de manutenção (Cartwright, 1970, Dickerson *et al.*, 1974).
- Redução do peso ao nascimento, com consequente diminuição do número de partos distócicos (Monteiro, 1969).
- Diminuição da idade á puberdade.

A forma da curva de crescimento pode ser alterada por selecção, como tem sido largamente demonstrado em diversas espécies, e foi exemplificado por Dickerson (1970) para o caso de frangos de carne. A selecção desta espécie para a velocidade de crescimento foi efectiva, resultando contudo num aumento correlacionado no peso à maturidade.

A modificação dos parâmetros da curva de crescimento encontra-se exemplificada na Figura 3, em que o modelo de Richards foi utilizado. Partindo da situação 1 em que $k=.049$ e $A=975$, considerou-se que cada um dos parâmetros aumentava independentemente (situação 2 e 3) ou ambos simultaneamente (situação 4). A selecção para a velocidade de crescimento resulta numa mudança da situação 1 para as situações 3 ou 4, quando o que normalmente se pretende é transição para uma curva como a exemplificada na situação 2, isto é, um aumento da taxa de maturação e conseqüentemente, da velocidade de crescimento, sem aumento concomitante do peso à maturidade.

Análises efectuadas quer inter, quer intra-raça, indicam a existência de uma forte correlação negativa (genética e fenotípica) entre A e k (Taylor, 1989). A título de exemplo, apresentamos no Quadro 4 os resultados da análise intra-raça efectuada por Jenkins *et al.* (1991) em bovinos de carne.



Quadro 4 - Estimativas de parâmetros genéticos e fenotípicos para o peso à maturidade (A), taxa de maturação (k) e peso com 1 ano (P1A) em bovinos de carne (Jenkins *et al.*, 1991)

Caracter	Correlações (a)					
	h^2	σ_p	\bar{X}	A	k	P1 A
A	.61	41.1	51.8	-	-.46	.60
k	.27	.009	.056	-.52	-	.36
P1 A	.49	27.0	293	.39	.43	-

(a) Correlações genéticas acima e correlações fenotípicas abaixo da diagonal

Se a selecção for, por exemplo, para o peso aos 365 dias, isto resultará em animais com maior velocidade de maturação, mas também com maior peso adulto. Por exemplo a utilização dos parâmetros no quadro 4 e dos valores médios de A, k e peso com 1 ano relatados pelos mesmos autores, permite estimar que um aumento de 10 % no peso aos 365 dias obtido por selecção para este carácter, resultará num aumento correlacionado esperado de 4.5% em k e 5.8% em A. Se os dois primeiros aumentos são desejáveis, o último não o é em muitos casos, podendo mesmo comprometer a eficiência global do sistema. Dado que os custos de manutenção da fêmea são proporcionais a A e representam o principal componente do custo de produção em espécies com baixas taxas de reprodução (Dickerson, 1978), o que normalmente se pretende é o aumento de k sem alteração de A (Dickerson, 1970). Esta é certamente uma área em que a utilização de um índice de selecção com restrições estará indicada (Kempthorne e Nordskog, 1959), permitindo teoricamente o aumento de k e do peso aos 365 dias sem aumento concomitante de A. Alternativamente, poderá considerar-se a utilização de linhas especializadas, materna e paterna, com objectivos de selecção distintos (Smith, 1964), o que permitirá o aumento da taxa de crescimento dos descendentes sem contudo alterar o peso à maturidade do efectivo feminino adulto.

7 - Conclusões

A utilização de um modelo de crescimento consiste num método possível de descrever o crescimento de um indivíduo, de uma raça ou de uma espécie, sintetizando em apenas alguns parâmetros todo um conjunto de elementos colhidos num espaço de tempo mais ou menos longo. Os parâmetros de crescimento, e particularmente o peso à maturidade, fornecem uma série de informações úteis em qualquer estudo relacionado com o crescimento, características produtivas ou reprodutivas dos animais, e as suas relações deverão ser consideradas quando se planifica um esquema de selecção. A escolha do modelo de crescimento depende do tipo de análise pretendida e dos dados disponíveis.

Não é correcto admitir *a priori* que um dos modelos de crescimento será o mais adequado, havendo que analisar caso a caso qual o modelo que melhor se ajusta aos elementos e meios disponíveis.

Apêndice - Demonstração matemática da igualdade das equações 5 e 6

$$k = \frac{dy_1/dt_1}{A-y_1} \quad (6)$$

em que o peso y_1 é igual ao acréscimo de peso entre t_0 e t_1 somado ao peso em t_0

$$y_1 = y_0 + dy_0 / dt_0 y_0$$

$$k = \frac{dy_1/dt_1}{A-y_0 - dy_0/dt_0} \Leftrightarrow kA - ky_0 - kdy_0/dt_0 = dy_1/dt_1$$

$$\Leftrightarrow \frac{k(A-y_0)}{dy_0/dt_0} - \frac{kdy_0/dt_0}{dy_0/dt_0} = \frac{dy_1/dt_1}{dy_0/dt_0} \Leftrightarrow \frac{k}{k} - k = \frac{dy_1/dt_1}{dy_0/dt_0}$$

$$\Leftrightarrow 1 - k = \frac{dy_1/dt_1}{dy_0/dt_0} \Leftrightarrow k = 1 - \frac{dy_1/dt_1}{dy_0/dt_0}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{dy_0/dt_0}{dy_0/dt_0} - \frac{dy_1/dt_1}{dy_0/dt_0} \Leftrightarrow k = \frac{dy_0/dt_0 - dy_1/dt_1}{dy_0/dt_0} \quad (5)$$

Bibliografia

- Brody, S., 1945. Bioenergetics and Growth, Reinhold Publishing Corporation, New York.
- Brinks, J.S., R.T. Clark, N.M. Kjeffer e J.J. Ulmer, 1964. Estimates of genetic, environmental phenotypic parameters in range Hereford females. *J. Anim. Sci.* 34:525.
- Brown, J.E., C.J. Brown e W.T. Butts, 1973. Evaluating relationships among immature measures of size, shape and performance of beef bulls. I. Principal components as measures of size and shape in young Hereford and Angus bulls. *J. Anim. Sci.* 36:1010.
- Brown, J. E., H. A. Fitzhugh, Jr. e T.C. Cartwright, 1976. A comparison of nonlinear models describing weight-age relationships in cattle. *J. Anim. Sci.* 35:810.
- Cartwright, T.C., 1970. Selection criteria for cattle for the future. *J. Anim. Sci.* 30:706.

- Cundiff, L.V., R.M. Koch, K.E. Gregory e G.M. Smith, 1981. Characterization of biological types of cattle - Cycle 11. IV. Postweaning growth and feed efficiency of steers. *J. Anim. Sci.* 53:332
- DeNise, R.S.K e J.S. Brinks, 1985. Genetic and environmental aspects of the growth curve parameters in beef cows. *J. Anim. Sci.* 61:1431
- Dickerson, G.E., 1970. Efficiency of animal production - Molding the biological components. *J. Anim. Sci.* 30:849.
- Dickerson, G. E., N. Kunzi, L.V. Cundiff, R.M. Koch, V. H. Arthaud e K.E. Gregory, 1974. Selection criteria for efficient beef production. *J. Anim. Sci.* 39:659
- Dickerson, G. E., 1978. Animal size and efficiency: basic concepts. *Anim. Prod.* 27:367
- Dickerson, G.E., 1984. Measuring efficiency of beef production in: *Breeding beef cattle in a range environment*, Fort Keogh Resea Sympo, Montana.
- Eisen, E.J., 1976. Results of growth curve analyses in mice and rats. *J. Anim. Sci.* 32:1008.
- Eisen, E.J., 1982. Growth and efficiency. Second World Congress on Genetics Applied to Livestock Production.
- Fitzhugh, H.A., 1976. Analysis of growth curves and strategies or altering their shape. *J. Anim. Sci.* 42:1036.
- Fitzhugh, H.A. e St.C.S. Taylor, 1971. Genetic analysis of degree of maturity. *J. Anim. Sci.* 33:717.
- Jenkins, T.G., M. Kaps, L.V. Cunciff e C.L. Ferrell, 1991. Evaluation of between and within-breed variation in measures of weight-age relationships. *J. Anim. Sci.* 69:3118
- Johnson, M.H. e B.J. Everitt, 1988. Essential Reproduction. Blackwell Scientific Publications.
- Kemphorne, O. e A.W. Nordskog, 1959. Restricted Selection indices. *Biometrics* 15:10.
- Krieter J., W. Junge e E. Kalm, 1987. Comparison of different growth functions in dairy cattle. Annual Meeting of European Association for Animal Production, Portugal
- Long C.R., T.S. Stewart, T.C. Cartwright e T.G. Jenkins, 1979. Characterization of cattle of a five breed diallel: I Measures of size, condition and growth in bulls. *J. Anim. Sci.* 49:418
- Lopez de Torre. G., J.J. Candotti, A. Reverter, M.M. Bellido, P. Vasco, L.J. Garcia e J.S. Brinks, 1992. Effects of growth curve parameters on cow efficiency. *J. Anim. Sci.* 70:2668
- McDonald, P., R.A. Edwards e J.F.D. Greenhalgh, 1986. *Nutricion Animal*, Editorial Acribia, S.A
- Monteiro, L.S. 1969. The relative size of calf and dam and frequency of calving problems. *Anim. Prod.* 11:293
- Morrow, R.E., J. B. McLaren e W.T. Buns, 1978. Effect of age on estimates of bovine growth-curve parameters. *J. Anim. Sci.* 47:352.
- Nadarajah, K., T.J. Marlowe e D.R. Notter, 1985. Growth patterns of cows sired by British and continental beef and American dairy bulls and out of Hereford dams. *J. Anim. Sci.* 60:890.
- Nelder, J.A., 1961. The fitting of a generalization of the logistic curve. *Biometrics* 17:89
- Robison, O.W., 1976. Growth patterns in swine. *J. Anim. Sci.* 42:1024.
- Sanders, J.O. e T.C. Cartwright, 1979. A general cattle production systems model. I Structure of the model. *Agr. Systems* 4:217.
- SAS Institute, 1985. SAS User's Guide: Statistics.
- Smith, C., 1964. The use of specialised sire and dam lines in selection for meat production. *Anim. Prod.* 11:433.
- Smith, G.M., H.A. Fitzhugh, Jr., L.V. Cundiff, T.C. Cartwright e K.E. Gregory, 1976. Heterosis for maturing patterns in Hereford, Angus and Shorthorn cattle. *J. Anim. Sci.* 43:380.
- Stewart, T.S. e T.G. Martin, 1981. Mature weight, maturation rate, maternal performance and their interrelationships in purebred and crossbred cows of Angus and Milking Shorthorn parentage. *J. Anim. Sci.* 52:51.
- Taylor, St.C.S. e J. Craig, 1965. Genetic correlation during growth of twin cattle. *J. Anim. Sci.* 33:726.
- Taylor, St.C.S. e H.A. Fitzhugh, Jr, 1971. Genetic relationships between mature weight and time taken to mature within a breed. *J. Anim. Sci.* 33:726.
- Taylor, St.C.S., 1980. Genetic size-scaling rules in animal growth. *Anim. Prod.* 30:161.
- Taylor, St.C.S., 1982. Theory of growth and feed efficiency in relation to maturity in body weight. Second World Congress on Genetics Applied to Livestock Production.
- Taylor, St.C.S., 1985. Use of genetic size-scaling in evaluation of animal growth. *J. Anim. Sci.* 61 (Supl.2): 118.
- Taylor, St.C.S., 1989. Lectures on Mammalian Growth. Institute of Animal Physiology and Genetics Research, Edinburgh. Policopiado.

R. Nuno P. Carolino

Licenciou-se em Engenharia Zootécnica pela Universidade de Évora em 1992. É actualmente Técnico da Direcção-Geral da Pecuária.

Luis L. Telo da Gama

Licenciou-se em Medicina Veterinária em 1977. Obteve os Graus de M.S. (1988) e Ph.D. (1990) em Produção Animal pela Universidade do Nebraska (EUA). Foi-lhe concedida a equivalência ao Doutoramento pela Universidade Técnica de Lisboa, em 1992. É actualmente Técnico da Direcção-Geral de Pecuária e Professor Auxiliar Convocado do Instituto Superior de Agronomia